

## ИЗГИБ ПОЛУСЛОЯ, ОСЛАБЛЕННОГО СКВОЗНЫМИ ТУННЕЛЬНЫМИ РАЗРЕЗАМИ

*Фильштинский Л.А., проф., Хворост В.А., доц., Ковалев Ю.Д., асс.*

Изгиб толстой плиты со сквозным прямоугольным разрезом рассматривался методом конечных элементов в [1]. Решение кососимметричной задачи теории упругости для слоя, содержащего сквозные разрезы достаточно произвольного поперечного сечения, было предложено в работе [2]. В данной статье рассматривается упругий полуслой, ослабленный сквозными туннельными разрезами. Строится функция Грина. Краевая задача сводится к бесконечной системе сингулярных интегральных уравнений, которая затем решается численно. Приводятся результаты вычислений.

Рассмотрим упругий полуслой  $-h \leq x_3 \leq h$ ,  $-\infty < x_1 < \infty$ ,  $0 \leq x_2 < \infty$ , ослабленный туннельными вдоль оси  $\bar{x}_3$  полостями-разрезами, поперечные сечения которых представляют собой гладкие разомкнутые дуги  $L_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$ . Будем предполагать, что на границах полостей действуют поверхностная нагрузка  $X_\nu^\pm (X_\nu^+ = -X_\nu^- = X_\nu, \nu = 1, 2, 3)$ , основания полуслоя свободны от сил, а на бесконечности имеет место однородное поле изгиба и сдвига  $\sigma_{ij}^\infty$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . Предполагаем, что кривизны дуг и функции  $X_\nu$  удовлетворяют условию Гельдера [3] на  $L_j$  и, кроме того,  $X_\nu$  разлагаются в ряды Фурье по координате  $\bar{x}_3$  на  $[-h, h]$ .

Запишем краевые условия на берегах разрезов следующим образом:

$$\begin{cases} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - e^{2i\psi}(\sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12})^\pm = \pm 2e^{i\psi}(X_1 - iX_2)^\pm \\ \operatorname{Re}[e^{i\psi}(\sigma_{13} - i\sigma_{23})^\pm] = \pm X_3^\pm \end{cases} \quad (1)$$

верхний знак относится к левому берегу разреза при движении от его начала  $a_j$  к концу  $b_j$ ,  $\psi$  - угол между нормалью к левому берегу и осью  $ox_1$ . На границе полуслоя зададим граничные условия в виде:

$$u_1 = u_3 = \sigma_{22} = 0, \quad x_2 = 0 \quad (2)$$

или

$$u_2 = \sigma_{12} = \sigma_{23} = 0, \quad x_2 = 0 \quad (3)$$

Будем исходить из однородных решений А.И. Лурье [4]. Интегральные представления входящих в них бигармонической и метагармонических функций должны обеспечивать существование скачков перемещений, непрерывность вектора напряжения при переходе через  $L_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$  и затухание перемещений и напряжений на бесконечности.

Представим фигурирующие в однородных решениях функции в виде

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2) &= F^{(1)}(x_1, x_2) + AF^{(2)}(x_1, x_2) \\ \varphi_m(x_1, x_2) &= \varphi_m^{(1)}(x_1, x_2) - A\varphi_m^{(2)}(x_1, x_2) \\ \psi_k(x_1, x_2) &= \psi_k^{(1)}(x_1, x_2) + A\psi_k^{(2)}(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $A = 0$ , имеем слой, а при  $A = -1$  или  $A = 1$  получаем полуслой. Величины  $F^{(1)}, \varphi_m^{(1)}, \psi_k^{(1)}$  в (4) соответствуют основному источнику [2], а эти же величины с индексом "2" - дополнительному.

Выпишем представления, содержащие дополнительный источник:

$$F^{(2)}(x_1, x_2) = \operatorname{Re} \int_L \left( p \frac{\partial G^*}{\partial \zeta} d\zeta + p^* \frac{\partial \Delta G^*}{\partial \zeta} d\zeta \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_L q \Delta G^* ds + \int_L q^* G^* ds \\
\varphi_m^{(2)}(x_1, x_2) &= \int_L q_m^* K_0(\bar{\sigma}_m r^*) ds + 2 \operatorname{Re} \int_L R_m \frac{\partial}{\partial \zeta} K_0(\bar{\sigma}_m r^*) d\zeta \\
\psi_k^{(2)}(x_1, x_2) &= \int_L q_k K_0(\bar{\gamma}_k r^*) ds + \\
& + \int_L \left( p_k \frac{\partial}{\partial \zeta} K_0(\bar{\gamma}_k r^*) d\zeta + p_k^* \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} K_0(\bar{\gamma}_k r^*) d\bar{\zeta} \right) \\
G^* &= r^{*2} \ln r^*, \quad r^* = |\bar{\zeta} - Z|, \quad \bar{\zeta} - Z = r^* e^{-i\alpha_1} \\
L &= \bigcup_{j=1}^k L_j, \quad \operatorname{Im} q_m^* = 0, \quad \zeta = \xi_1 + i\xi_2 \in L, \\
Z &= x_1 + ix_2, \quad \bar{\sigma}_m = \sigma_m/h, \quad \bar{\gamma}_k = \gamma_k/h,
\end{aligned} \tag{5}$$

здесь  $K_n(x)$  - функция Макдональда; плотности  $p(\zeta), \dots, R_m(\zeta)$  подлежат определению.

Выразим неизвестные плотности через скачки вектора перемещения на  $L$ . Для этого разложим все четные компоненты вектора перемещения, тензора напряжения и внешней нагрузки в ряды Фурье вида  $U = \sum u_m \cos \sigma_m x_3$ , а все нечетные компоненты - в ряды вида  $V = \sum v_m \sin \sigma_m x_3$ ,  $x_3 = \bar{x}_3/h$ .

Условия непрерывности вектора напряжения при переходе через разрез и требование существования разрывов вектора перемещения на  $L$  приводят к трем бесконечным системам линейных алгебраических уравнений: связывающих неизвестные плотности со скачками вектора перемещения. Можно показать, что эти системы однозначно разрешимы.

Подставляя выражения (4) в формулы для напряжений с учетом связей между плотностями и скачками перемещений на разрезах и раскладывая найденные выражения в ряды Фурье, приходим к интегральным представлениям коэффициентов Фурье тензора напряжений  $\sigma_{ij}^m$ . Подставляя предельные значения этих величин в граничные условия (1), получаем бесконечную систему одномерных сингулярных интегральных уравнений, которую здесь не выписываем.

Структура этой системы такова, что все неизвестные "завязаны" в ее регулярной части, характеристическая же часть системы при каждом фиксированном  $m=0, 1, 2, \dots$  содержит ровно три неизвестных скачка перемещения  $[u_1^m], [u_2^m], [u_3^m]$ .

Для определения коэффициентов интенсивности напряжений  $K_I, K_{II}, K_{III}$  введем параметризацию контура  $L_j$  (ниже индекс  $j$  опускаем)  $\zeta = \zeta(\beta)$ ,  $\zeta_0 = \zeta(\beta_0)$ ,  $-1 \leq \beta, \beta_0 \leq 1$ . Соответственно этому положим

$$\frac{d[u_i^m]}{d\beta} = \frac{\Omega_i^m(\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad i = 1, 2, 3; \quad m = 0, 1, \dots$$

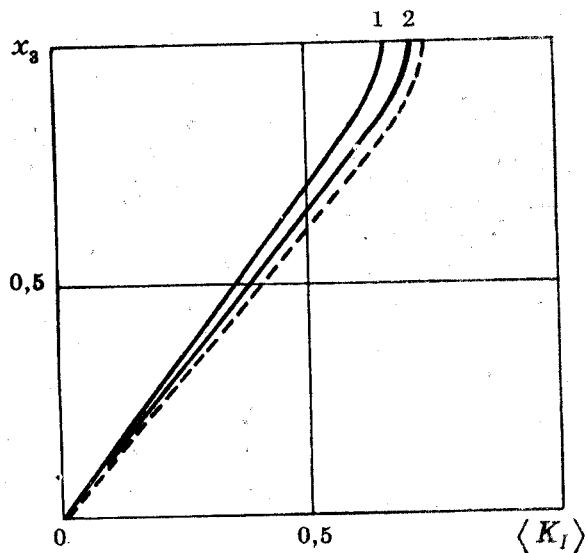
Используя эти зависимости, находим в результате асимптотического анализа интегральных представлений для напряжений:

$$\begin{aligned}
K_I^+ - iK_{II}^+ &= -\frac{\mu\sigma}{\sigma+1} \sqrt{\frac{\pi}{s'(\bar{\tau}+1)}} \sum_{m=0}^{\infty} \Omega_1^m(\bar{\tau}+1) - \\
& - i\Omega_2^m(\bar{\tau}+1) e^{i\psi(\bar{\tau}+1)} \sin \sigma_m x_3 \\
K_{III}^- &= -\frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\pi}{s'(\bar{\tau}+1)}} \sum_{m=0}^{\infty} \Omega_3^m(\bar{\tau}+1) \cos \sigma_m x_3, \quad s' = \frac{ds}{d\beta} > 0, \\
K_I &= \sqrt{2\pi r} \sigma_n, \quad K_{II} = \sqrt{2\pi r} \sigma_{ns}, \quad K_{III} = \sqrt{2\pi r} \sigma_{ns},
\end{aligned}$$

здесь  $\sigma_n, \sigma_{ns}$  и  $\sigma_{ns}$  - нормальное и касательные напряжения на площадке за вершиной трещины, верхний знак соответствует вершине трещины  $\beta = -1$ .

В качестве примера рассмотрим полуслой, ослабленный туннельным разрезом в виде параболического цилиндра  $\xi_1 = p_1\beta$ ,  $\xi_2 = p_2\beta^2 + p_0$ .

$-1 \leq \xi_3 \leq 1, -1 \leq \beta \leq 1$ , на поверхности которого действует нагрузка  $X_1 = Nx_3 \cos \psi, X_2 = Nx_3 \sin \psi, X_3 = 0, N = const$ . При численной реализации алгоритма система интегральных уравнений методом механических квадратур [5] сводится к линейной системе алгебраических уравнений, которая затем решается методом редукции. Приближение с номером  $N$  отвечает удерживанию первых  $3N+3$  вещественных уравнений, соответственно  $3N+3$  неизвестных  $[u_1^m], [u_2^m], [u_3^m], m = 0, 1, \dots, N$ . Расчеты проводились при  $N = 0, 1, 2, 3, 4$ , причем третье приближение практически не уточняло результатов во всем интервале  $|x_3| \leq 1$ .



На рисунке приведены эпюры распределения относительного коэффициента интенсивности напряжений  $\langle K_I \rangle = K_I (N \sqrt{\pi l})^{-1}$  по "толщинной" координате. Кривые 1, 2 построены для прямой трещины ( $p_1 = 1, p_2 = 0$ ) при  $h/l = 0,5, p_0 = 1$ , и 2 соответственно; штрихами приведена кривая для  $p_0 = 6$ , которая совпадает с кривой для слоя при аналогичных параметрах [2]. Таким образом, влияние границы исчезает при  $p_0 \geq 6l$  ( $2l$  - длина трещины).

Отметим, что в силу быстрой сходимости построенной процедуры для получения практически точных результатов достаточно удерживать в системе интегральных уравнений 9-12 неизвестных, что фактически приводит к понижению размерности задачи на 2 единицы.

## SUMMARY

*In this paper, a procedure solving the spatial elasticity problem of bending a half-layer weakened by a through-the-thickness crack, is presented. Integral representations of the displacement and stress value in the half-layer are obtained. The corresponding boundary value problem is reduced to an infinite system of univariate singular integral equations. Efficiency of the proposed approach is demonstrated by a series of numerical experiment. Results of computation of the stress intensity factors as functions of geometric parameters and the thickness coordinate are presented.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sundara Raja Iyengar K.I., Murthy M.V.V., Baru Rao M.N. Three-dimensional elastic analysis of cracked thick plates under bending fields. // Int. J. Solids and Struct. / - 1988. vol. 24, N7, p. 683-703.

2. Григолюк Э.И., Ковалев Ю.Д., Фильштинский Л.А. Изгиб слоя, ослабленного сквозными туннельными разрезами // ДАН СССР. - 1991, Том 317, Т1, с. 51-53.
3. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.: Физматгиз, 1962, 511с.
4. Лурье А.И. К теории толстых плит // ПММ / - 1942, т.6, вып. 2/3, с. 151-168.
5. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. - М.: Наука, 1986, 258с.

*Поступила в редколлегию 29 декабря 1994г.*

УДК 681.3.06

## **ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ЛОКАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОТОКОЛА IPX**

*Бирюков А.В., нач. отд., Любчак В.А., доц.*

В статье освещаются некоторые вопросы, связанные с программированием в локальных вычислительных сетях, а именно: использование низкоуровневых протоколов передачи данных для решения проблем взаимодействия рабочих станций локальной сети.

В настоящее время разработано и активно используется большое количество различных принципов и методов построения локальных сетей, отличающихся как своей топологией, так и способом доступа к среде передачи [1]. Все они тесным образом связаны с так называемой эталонной моделью взаимодействия открытых систем (OSI), разработанной международной организацией по стандартизации (ISO). Предметом статьи является протокол передачи данных сетевого, транспортного и сеансового уровней эталонной модели OSI [1,2]. Именно на этих уровнях происходит подготовка, обработка, буферизация, отправка и получение пакетов данных в сети. Протоколы передачи данных в сети и выполняют вышеперечисленные функции. Для протоколов передачи данных международным институтом инженеров по электротехнике и радиоэлектронике были разработаны стандарты IEEE802 [1,2]. В дальнейшем мы остановимся на рассмотрении принципов программирования с использованием протокола IPX (InterNetwork Packet Exchange) - протокола межсетевой передачи пакетов, базирующегося на методе доступа к сети Ethernet (стандарт IEEE802.3). Известно, что наиболее быстрым, экономичным, с точки зрения использования оперативной памяти, является именно этот протокол [2].

Авторами был накоплен большой опыт по разработке различных сетевых приложений, ориентированных на применение функций протокола IPX. Рассмотрим несколько подробнее общую схему использования данного протокола. Для организации взаимодействия рабочих станций в сети с использованием протокола IPX необходимыми и достаточными условиями являются:

- наличие как минимум двух рабочих станций, объединенных между собой сетевыми коммуникациями на базе сетевых адаптеров Ethernet;
- наличие в оперативной памяти рабочих станций помимо операционной системы (MS-DOS, PS-DOS, Windows 3.x, OS/2) специальных резидентных программ (для MS-DOS, PC-DOS это модули IPX.COM или IPXODI.COM);
- разработанные с использованием драйвера IPX прикладные программы, которые собственно и управляют процессом взаимодействия рабочих станций.

Первое, что должна сделать прикладная программа, использующая протокол IPX, - убедиться, установлен ли драйвер протокола IPX. Затем